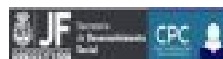




CADERNO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA – CADERNO 0



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 1

MATEMÁTICA

Conjuntos Numéricos

O conjunto dos números inteiros é formado pelos algarismos inteiros positivos e negativos e o zero. Eles são importantes para o cotidiano, principalmente nas situações envolvendo valores negativos, como escalas de temperatura, saldos bancários, indicações de altitude em relação ao nível do mar, entre outras situações. As adições e subtrações envolvendo estes números, requerem a utilização de regras matemáticas envolvendo os sinais positivos (+) e negativos (-). Devemos também dar

ênfase ao estudo do módulo de um número, que significa trabalhar o valor absoluto de um algarismo, observe:

Vamos determinar o módulo dos números a seguir:

Módulo de $+4 = +4 = 4$	Módulo de $-10 = -10 = 10$
Módulo de $-6 = -6 = 6$	Módulo de $+20 = +20 = 20$

Adição e subtração de números inteiros sem a presença de parênteses.

PROPRIEDADES:

1ª propriedade → sinais iguais: soma os módulos e conserva o sinal. 2ª propriedade → sinais diferentes: subtrai os módulos e conserva o sinal do número de maior módulo.

$+5 + 6 = +11 \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ propriedade}$	$+9 - 7 = +2 \rightarrow 2^{\text{a}} \text{ propriedade}$
$+9 + 10 = +19 \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ propriedade}$	$-3 - 5 = -8 \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ propriedade}$
$-6 + 2 = -4 \rightarrow 2^{\text{a}} \text{ propriedade}$	$-18 - 12 = -30 \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ propriedade}$

Adição e subtração de números inteiros com a presença de parênteses.

Para eliminarmos os parênteses devemos realizar um jogo de sinal, observe:

Operação	Resultado
$+(+)$	$= +$
$+(-)$	$= -$
$-(+)$	$= -$
$-(-)$	$= +$

Após a eliminação dos parênteses, basta aplicarmos a 1ª ou a 2ª propriedade.

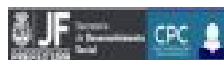
$$+(+9) + (-6) \Rightarrow +9 - 6 \Rightarrow +3$$

$$-(-8) - (+6) \Rightarrow +8 - 6 \Rightarrow +2$$

$$+(-14) - (-8) \Rightarrow -14 + 8 \Rightarrow -6$$

$$-(+22) - (-7) \Rightarrow -22 + 7 \Rightarrow -15$$

$$-(+9) + (-12) \Rightarrow -9 - 12 \Rightarrow -21$$



Potenciação ou Exponenciação significa multiplicar um número real (base) por ele mesmo X vezes, onde X é a potência (número natural).

$$\text{Ex: } 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Algumas outras definições que podem ser utilizadas:

$$a^1 = a \quad a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

✓ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
 ✓ $a^m : a^n = a^{m-n}$ potências:
 ✓ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 ✓ $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
 ✓ $(a/b)^m = a^m / b^m$
 ✓ $a^{-n} = (1/a)^n = 1/a^n$
 ✓ $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

ATENÇÃO:

$(-2)^4 = (+2)^4$, MAS, $-2^4 \neq (-2)^4$

Radiciação

➤ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
 ➤ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$
 ➤ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
 ➤ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Exercícios: determine as raízes:

1. $\sqrt{256}$
 ➤ $2^4 = 16$
 2. $\sqrt{0,04}$
 ➤ $\frac{2}{10} = 0,2$

3) O valor da expressão $(-1)^0 + (-6) : (-2) - 2^4$ é:
 a) 1 b) 0 c) 12 d) -12 e) 20 (Resposta: D)

Frações

Considerando uma fração $\frac{a}{b}$, devemos entender que a representa partes de b , sendo que b deve ser diferente de zero, pois não há divisão por zero. Quanto à fração, a é chamado **numerador** e b é **denominador**.

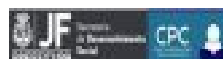
Exemplo:

$\frac{1}{2}$ ⇔ Numerador
 $\frac{1}{2}$ ⇔ Denominador

Frações Equivalentes:

Exemplo: $1/2$, $2/4$, $4/8$, $3/6$, $5/10$ são algumas frações equivalentes a $1/2$.

Simplificando Frações: Para simplificarmos as frações temos que dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número. Exemplo: $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$ (dividimos por 3 o numerador e o denominador)



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 3

Operações com Frações

Soma e Subtração

1º) Como adicionarmos ou subtrairmos números fracionários escritos sob a forma de fração de **denominadores iguais**.

→ Conclusão: somamos os numeradores e conservamos o denominador comum.

2º) Como adicionarmos ou subtrairmos números fracionários escritos sob a forma de fração de **denominadores diferentes**.

→ Conclusão: quando os denominadores são diferentes é preciso reduzir as frações a um denominador comum. O mais prático é fazemos o M.M.C. dos denominadores.

Multiplicação: multiplicamos os numeradores entre si e os denominadores entre si.

Divisão: na divisão de duas frações devemos repetir a primeira fração e multiplica-la pelo inverso da segunda fração.

Exemplos:

Adição: $(-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{6}) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{-3+1}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$ Obs.: MMC (2; 6) = 6
Subtração: $(-\frac{1}{4}) - (\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-1-2}{4} = -\frac{3}{4}$
Multiplicação: $(-\frac{1}{3}) \cdot (\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{1}{2}) = \frac{(-1) \cdot (2) \cdot (-1)}{(3) \cdot (3) \cdot (2)} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$
Divisão: $(-\frac{1}{2}) : (+\frac{2}{3}) = (-\frac{1}{2}) \cdot (+\frac{3}{2}) = \frac{(-1) \cdot (+3)}{(+2) \cdot (+2)} = -\frac{3}{4}$

1) Efetue as adições:

$$\begin{aligned} & \text{a) } \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \text{d) } \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \text{g) } \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \text{j) } \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \text{b) } \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \text{e) } \frac{5}{3} + \frac{1}{6} \\ & = \text{h) } \frac{3}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{14} = \text{k) } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \text{c) } \frac{2}{4} + \frac{2}{3} = \text{f) } \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \text{i) } \frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{7}{6} = \text{l) } \\ & 10 + \frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \end{aligned}$$

2) Efetue as subtrações:

$$\begin{aligned} & \text{a) } \frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \text{b) } \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \text{f) } \frac{13}{4} - \frac{5}{6} = \text{g) } \frac{7}{8} - \frac{1}{6} = \text{h) } \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \text{i) } \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \text{j) } \frac{10}{11} - \frac{1}{2} = \\ & \text{d) } \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \text{e) } \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \text{l) } \frac{6}{4} - \frac{2}{3} = \text{m) } \frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \text{n) } \frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \text{o) } \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \text{p) } \frac{9}{11} - \frac{1}{2} = \text{q) } 7 - \frac{2}{3} = \text{r) } \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \\ & \text{s) } \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \text{t) } \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \text{u) } \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \end{aligned}$$

3) Calcule o valor das expressões:

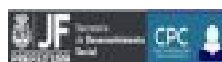
$$\text{a) } \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{4} = \text{b) } \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{4} =$$

4) Efetue as multiplicações:

$$\text{c) } \frac{4}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \text{d) } \frac{5}{7} - \frac{1}{3} +$$

$$\text{e) } \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \text{f) } \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$$

$$\begin{aligned} & \text{a) } \frac{1}{2} \times \frac{8}{8} = \text{b) } \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = \text{c) } \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \text{d) } \frac{3}{7} \times \frac{1}{5} = \text{e) } \frac{1}{8} \times \frac{1}{9} = \text{f) } \frac{7}{5} \times \frac{2}{3} = \text{g) } \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \text{h) } \frac{7}{8} \\ & \times \frac{3}{2} = \text{i) } \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \text{j) } \frac{2}{5} \times \frac{8}{7} = \end{aligned}$$



5) Efetue as divisões

a) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$ b) $\frac{5}{7} : \frac{2}{3} =$ c) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7} =$ d) $\frac{2}{9} : \frac{7}{8} =$ e) $\frac{1}{6} : \frac{5}{3} =$ f) $\frac{7}{8} : \frac{3}{4} =$ g) $\frac{8}{7} : \frac{9}{3} =$ h) $\frac{4}{5} :$

$\frac{2}{5} =$ i) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4} =$ j) $\frac{2}{9} : \frac{4}{7} =$

Gabarito

1) a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{14}{12}$ d) $\frac{7}{10}$ e) $\frac{11}{6}$ f) $\frac{17}{12}$ g) $\frac{19}{14}$ h) $\frac{42}{14}$ i) $\frac{69}{30}$ j) $\frac{23}{12}$

2) a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{11}{35}$ c) $\frac{6}{10}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{5}{6}$ f) $\frac{29}{12}$ g) $\frac{17}{24}$ h) $\frac{7}{15}$ i) $\frac{7}{20}$ j) $\frac{9}{22}$ l) $\frac{10}{12}$ m) $\frac{1}{8}$ n) $\frac{11}{20}$ o) $\frac{1}{8}$ p) $\frac{7}{22}$ q) $\frac{19}{3}$ r) $\frac{8}{6}$ s) $\frac{5}{6}$ t) $\frac{1}{6}$ u) $\frac{5}{4}$

3) a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{15}{12}$ c) $\frac{21}{20}$ d) $\frac{37}{42}$ e) $\frac{7}{12}$ f) $\frac{7}{12}$

4) a) $\frac{8}{16}$ b) $\frac{8}{35}$ c) $\frac{10}{21}$ d) $\frac{3}{35}$ e) $\frac{1}{72}$ f) $\frac{14}{15}$ g) $\frac{3}{10}$ h) $\frac{21}{1}$ i) $\frac{5}{18}$ j) $\frac{16}{35}$ 5) a) $\frac{15}{8}$ b)

$\frac{15}{14}$ c) $\frac{28}{15}$ d) $\frac{16}{63}$ e) $\frac{1}{10}$ f) $\frac{7}{6}$ g) $\frac{24}{63}$ h) 2 i) $\frac{5}{6}$ j) $\frac{7}{18}$

Operações com decimais

Eles são formados por uma parte inteira e outra parte decimal. Vejamos um exemplo: 1,537 (um inteiro e quinhentos e quarenta e sete milésimos)

$$\begin{array}{r} 1,256 \\ + 31,750 \\ \hline 33,006 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,050 \\ + 1,325 \\ \hline 14,275 \end{array} \quad \begin{array}{r} 103,81 \\ - 25,99 \\ \hline 77,82 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,000 \\ - 0,899 \\ \hline 0,101 \end{array}$$

Na imagem, temos alguns “zeros” em vermelho. Isso aconteceu porque nem sempre todos os números terão a mesma casa de números decimais e, a fim de melhorar nossos cálculos, devemos preencher com zeros os espaços vazios à direita.

Multiplicação: vejamos alguns exemplos

$$\begin{array}{r} 3,67 \\ \times 1,5 \\ \hline 1835 \\ 367 \\ \hline 5,505 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,075 \\ \times 0,001 \\ \hline 0,000075 \end{array}$$

Divisão: a divisão de números inteiros requer a nossa atenção para alguns detalhes. Vejamos os possíveis casos de divisões:

1º – Divisão de números inteiros

a) Quando o dividendo é maior que o divisor: nesse caso, poderíamos ter finalizado a divisão tendo como quociente o número 8 e deixando 3 como resto. Como demos continuidade, foi necessário acrescentar o zero (transformando o 3 inteiros em 30 décimos). Quando é necessário fazer o acréscimo do zero, colocamos uma vírgula no quociente, pois, estamos dividindo 30 décimos

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 4} \\ - 32 \quad 8,75 \\ \hline 30 \\ - 28 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

Faça essas:

a) $57 : 6 =$ b) $104 : 5 =$

b) Quando o dividendo é menor que o divisor (4 : 8).

Como 4 inteiros dividido por oito não dá nenhum inteiro para ninguém, colocamos o zero, ou seja, cada pessoa recebe zero inteiro. Transformamos o 4 inteiros em 40 décimos, acrescentando o zero. Dividindo 40 décimos por 8 dá 5 décimos.

$$\begin{array}{r} 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 0,5 \\ \hline \end{array}$$

Faça essas:

a) $2 : 8 =$ b) $15 : 30 =$

2º – Divisão entre inteiros e decimais

a) Dividendo inteiro por divisor decimal: para transformar 7 décimos em inteiro devemos multiplicá-lo por 10. Logo, multiplicamos o 35 por 10 também. Esse processo pode ser realizado basta multiplicar por 10, 100, 1000 etc.



Faça essas:

a) $35 : 0,07 =$ b) $35 : 0,007 =$

b) Dividendo decimal e divisor inteiro: procedemos da mesma forma, ou seja, multiplicamos por 10 ou 1000...



Faça esses:

a) $3,6 : 3 =$ b) $40,2 : 10 =$

3º – Divisão entre decimais: devemos observar quem tem o maior número de casas decimais: o dividendo ou divisor? Aí decidimos por quanto devemos multiplicar: 10 ou 100 ou 1000...



Faça esses:

a) $2,8 : 0,7 =$ b) $6,35 : 0,5 =$

Exercícios

1) Júlia mede 1,58m e Darlan mede 1,88m de altura. Qual deles é mais alto? _____
E qual é a diferença entre as duas alturas? _____

2) Qual o resultado de cada operação? Relacione ao resultado.

a) $0,917 + 2,79$ I) 2,318

b) $2,7 - 1,82$ II) 0,88

c) $5,14 - 2,822$ III) 3,707

3) Se $m = 1,802$ e $n = 100$, então $m \times n =$ _____.



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 6

4) Um fio de náilon vai ser colocado em rolinhos com 15m cada um. Se na fábrica há 3000m de fio, quantos rolinhos de náilon vão ser feitos?

5) Calcule mentalmente e escreva o resultado (**não arme a conta, desloque com a vírgula**)

a) $10 \times 43,21 =$ e) $987 : 100 =$

b) $1,45 \times 100 =$ f) $50607 : 10 =$

c) $1\ 000 \times 65,4 =$ g) $219 : 1\ 000 =$

d) $10 \times 0,0012 =$ h) $3210 : 1\ 000 =$

6) Associe, calculando cada expressão.

a) $0,4 \times 2 + (1,2 - 0,61)$ I) 0,36

b) $(0,73 + 0,17) \times 0,4$ II) 1,39

c) $0,4 + 0,33 : 3$ III) 0,84

d) $1,44 : 12 + 0,72$ IV) 0,51

7) Um prédio tem 20 andares. Cada andar tem 3,75 m de altura. Qual é a altura do prédio?

8) Calcule:

a) $0,514 \times 2,31 =$

b) $3,51 \times 2,31 =$

c) $12,4 \times 5,7 =$ d)

$1,4 \times 0,31 =$ e)

$5,14 \times 2,15 =$ f)

$4,32 \times 8,9 =$

Gabarito

g) $2,6 \times 2,31 =$

h) $0,514 \times 3,6 =$

i) $1,6 \times 2,3 =$ j)

$5,14 : 2,31 =$ k)

$3,51 : 2,31 =$ l)

$12,4 : 5,7 =$

m) $1,4 : 0,31 =$

n) $5,14 : 2,15 =$

o) $4,32 : 8,9 =$

p) $2,6 : 2,31 =$

q) $72 : 3,6 =$ r)

$1,6 : 2,3 =$

1) Darlan. 0,30 m 2) A) III B) II C) I 3) 180,2 4) 200

B) 145

E) 9,87

G) 0,219 H) 3,120

5) A) 432,1

C) 65400 D) 0,012

F) 5060,7

6) A) II B) I C) IV D) III 7) 75 m

8) a) 1,18734

e) 11,051

1,8504 i) 3,68

0,48539

b) 8,1081

j) 2,22511

p) 1,12554 q) 20

c) 70,68

Notação científica:

k) 1,51948 l) 2,17544

r) 0,69565

d) 0,434

f) 38,448 g) 6,006 h)

m) 4,51612 n) 2,39069 o)

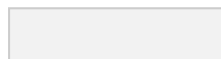
A notação científica é uma forma de escrever números usando potência de 10. É utilizada para reduzir a escrita de números que apresentam muitos algarismos.

Exemplos:

$$\diamond\diamond) 6590000000000000 = 6,59 \times 10^{15} \quad \diamond\diamond) 0,0000000000016 = 1,6 \times 10^{-11}$$

Transformar um número em notação científica

Veja abaixo como transformar os números em notação científica de forma prática:



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 7

1º Passo: escrever o número na forma decimal, com apenas um algarismo diferente de 0 na frente da vírgula.

2º Passo: colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar" com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.

3º Passo: escrever o produto do número pela potência de 10.

Exemplo:

1) Escrever o número 32000 usando notação científica.

Primeiro "deslocar" a vírgula, colocando-a entre o 3 e o 2, pois desta forma ficaremos apenas com o algarismo 3 antes da vírgula; para colocar a vírgula nesta posição verificamos que tivemos que "andar" 4 casas decimais, ou seja, dividimos o número por 10000 (10^4). Neste caso o 4 será o expoente da potência de 10. Escrevendo em notação científica: $3,2 \times 10^4$

Operações com notação científica

Multiplicação: a multiplicação de números na forma de notação científica é feita multiplicando os números, repetindo a base 10 e somando os expoentes.

Exemplos:

$$a) (1,4 \cdot 10^3) \times (3,1 \cdot 10^2) = (1,4 \times 3,1) \times 10^{(3+2)} = 4,34 \times 10^5$$

$$b) (2,5 \cdot 10^{-8}) \times (2,3 \cdot 10^6) = (2,5 \times 2,3) \times 10^{(-8+6)} = 5,75 \times 10^{-2}$$

Divisão: para dividir números na forma de notação científica devemos dividir os números, repetir a base 10 e subtrair os expoentes.

Exemplos:

$$a) (9,42 \times 10^5) : (1,2 \times 10^2) = (9,42 : 1,2) \times 10^{(5-2)} = 7,85 \times 10^3$$

$$b) (8,64 \times 10^{-3}) : (3,2 \times 10^6) = (8,64 : 3,2) \times 10^{(-3-6)} = 2,7 \times 10^{-9}$$

Soma e Subtração: para efetuar a soma ou a subtração com números em notação científica devemos somar ou subtrair os números e repetir a potência de 10. Por isso, para fazer essas operações, é necessário que as potências de 10 apresentem o mesmo expoente.

Exemplos:

$$a) (3,3 \times 10^8) + (4,8 \times 10^8) = (3,3 + 4,8) \times 10^8 = 8,1 \times 10^8$$

$$b) (6,4 \times 10^3) - (8,3 \times 10^3) = (6,4 - 8,3) \times 10^3 = -1,9 \times 10^3$$

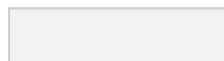
Exercícios

1) Escreva os números abaixo como potências de base 10:

- a) 1 d) 1000 e) 10000 f) g) 1000000 h) 0,1 j) 0,0001
 b) 10 c) 100 100000 i) 0,01 k) 0,0000001

2) Escreva os números abaixo na forma decimal:

- a) $1,2 \times 10^6$ c) 5×10^{-7} d) e) $1,58 \times 10^{-8}$ 10^{-3}
 b) $2,34 \times 10^7$ $4,25 \times 10^{-5}$ f) $7,80 \times 10^5$ h) 2×10^3
 g) $8,3 \times$



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 8

3) Escreva em notação científica:

- a) 0,0000012 c) 0,0000000223 d) 0,0204 f) 1.325.000
 b) 0,234234 e) 23.000.000 g) 8.532.000.000
 h) 12.000.000.000.000

4) Resolva os itens a seguir e dê a resposta com notação científica:

- a) $8,2 \times 10^2 \cdot 4 \times 10^3$ b) 1) c) $3,45 \times 10^8 \cdot 6,74 \times 10^{-2}$
 $3,7 \times 10^7 \cdot 8,6 \times 10^3$ d) $4,7 \times 10^{-2} \cdot 5,7 \times 10^{-6}$

Gabarito

- a) 10^0 b) 1×10^2 c) 1×10^2 d) 1×10^3 e) 1×10^5 f) 1×10^6 g) 1×10^4 h) 1×10^{-1} i) 1×10^{-2} j) 1×10^{-4} k) 1×10^{-7}

a) 1200000	d) 0,0000425	g) 0,0083
b) 23400000	e) 0,0000000158	h) 2000
c) 0,0000005	f) 780000	

3)

- a) $1,2 \times 10^{-6}$
 b) $2,34234 \times 10^{-1}$
 c) $2,23 \times 10^{-8}$
 d) $2,04 \times 10^{-2}$
 e) $2,3 \times 10^7$
 f) $1,325 \times 10^6$
 g) $8,532 \times 10^9$
 h) $1,2 \times 10^{13}$

Radiciação

$$x^n = \sqrt[n]{x^n}$$

Nesse caso, temos n como o índice, x como o radicando e y como a raiz enésima de x. O símbolo que representa a radiciação é $\sqrt{}$, sendo denominado radical. Para chegarmos a y, temos que seguir um princípio, seguindo a linha de raciocínio de que y é um número que, ao ser multiplicado por si mesmo n vezes, será igual a x. Disso, podemos tirar que $y^n = x$.

Propriedades dos Radicais

A primeira propriedade dos radicais determina que a raiz enésima de um determinado número elevado a enésima potência, será o próprio número, ou seja, quando o índice for igual ao expoente do radicando, o resultado será igual ao número radicando. Confira:

$$\sqrt[n]{x^n} = x$$

A segunda, por sua vez, afirma que o índice pode ser multiplicado ou dividido por um número qualquer, real, desde que o expoente do radicando seja, também, multiplicado ou dividido pelo mesmo número.

A terceira refere-se ao caso em que as raízes possuem um radicando que é produto de dois números. A raiz enésima do produto, é igual ao produto das raízes enésimas, de forma que podemos representar isso da seguinte maneira:

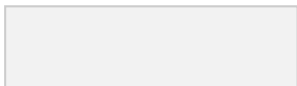
$$\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$

A quarta propriedade faz referência à anterior, porém no que se trata da divisão entre raízes

enésimas. Confira:



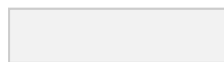
A quinta, por sua vez, refere-se a reescrever a potência de uma raiz, trazendo o expoente para o radicando, conforme demonstrado abaixo:



A sexta propriedade faz referência às raízes de raízes. Por exemplo, ao considerarmos a raiz enésima da raiz enésima de um determinado número, poderemos reescrever da seguinte forma:



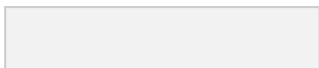
E, por fim, a sétima propriedade trata que quaisquer radicais podem ser escritos na forma de potência com expoente fracionário, conforme mostra abaixo:



Racionalização de Denominadores

O conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ apresenta números que podem ser representados por frações cujo denominador é um número irracional assim como: .

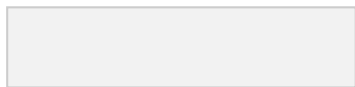
Nesses casos, pode-se utilizar uma fração equivalente, multiplicando o numerador e o denominador pelo radical no denominador, já que o valor numérico de uma fração não se altera se multiplicarmos ou dividirmos ambos os termos pelo mesmo número diferente de zero. Assim, temos que:.



Esse procedimento é conhecido como racionalização do denominador, em outras palavras, esse procedimento consiste em transformar um denominador irracional em um número racional, porém sem alterar o valor numérico de uma fração. A racionalização de denominadores simplifica a execução dos cálculos, tornando-os mais rápidos de efetuar.

A seguir são apresentados alguns exemplos de como racionalizar denominadores.

Exemplo 1:



Exemplo 2: (FUVEST SP)

O valor da expressão  é:

- a)  b)  c) 2 d)  e) 

Produtos notáveis

- Quadrado da Soma de Dois Termos: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- Quadrado da Diferença de Dois Termos: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- O Produto da Soma pela Diferença de Dois Termos: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
- O Cubo da Soma de Dois Termos: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- O Cubo da Diferença de Dois Termos: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

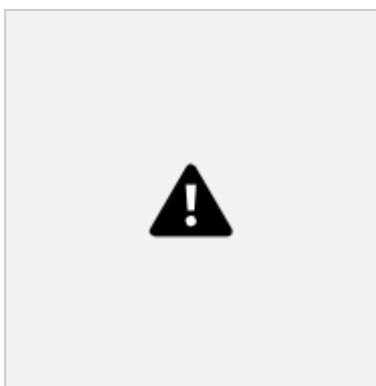
Exercícios (Obs : Gabarito em negrito)

1) (Cefet/MG - 2017) Se x e y são dois números reais positivos, então a expressão

a) $\sqrt{xy}$ b) $2xy$ c) **$4xy$** d) $2\sqrt{xy}$

2) (Cefet/RJ - 2016) Considere p e q números reais não nulos e não simétricos. A seguir são descritas seis afirmações envolvendo esses números e cada uma delas está associada a um valor informado entre parênteses.

MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 11



A opção que representa a soma dos valores referentes às afirmações verdadeiras é:

a) 190 b) 110 c) **80** d) 20

3) (UFRGS – 2016) Se $x + y = 13$ e $x \cdot y = 1$, então $x^2 + y^2$ é

a) 166 b) **167** c) 168 d) 169 e) 170

4) (Aprendiz de Marinheiro – 2015) O produto é igual a:

a) 6 b) **1** c) 0 d) - 1 e) - 6

5. (UFPE) Se x e y são números reais distintos, então:

a) $(x^2 + y^2)/(x-y) = x+y$

b) $(x^2 - y^2)/(x-y) = x+y$

c) **$(x^2 + y^2)/(x-y) = x-y$**

d) $(x^2 - y^2)/(x-y) = x-y$

e) Nenhuma das alternativas anteriores é verdadeira.

Fatoração Algébrica

Fatorar significa escrever um número / expressão como uma multiplicação de dois ou mais termos (fatores), ou seja, transformar equações algébricas em produtos de duas ou mais expressões, chamadas fatores.

Para isto, é útil se lembrar da propriedade distributiva e dos produtos notáveis vistos anteriormente, pois vários casos de fatoração são consequências desses produtos.

1º Caso: Fator comum

Característica: um ou mais fatores aparecem em todos os termos

Como fatorar: coloque esses fatores comuns em evidência, usando a propriedade distributiva

Exemplo: Fatorando $20x^3y - 8x^2 + 12xy^2$ temos $4x \cdot (5x^2y - 2x + 3y)$

2º Caso: Agrupamento

Característica: é usado em expressões com no mínimo 4 termos.

Como fatorar: aplique o caso anterior sucessivas vezes

Exemplo: Fatorando a expressão $x^2 + xy + 2x + 2y$ temos:

$$(x^2+xy)+(2x+2y)$$

$$= x \cdot (x+y) + 2(x+y)$$

$$= (x+y)(x+2)$$

3º Caso: Trinômio Quadrado Perfeito

Característica: a expressão dada é um trinômio redutível à forma $x^2 \pm 2xy + y^2$

Como fatorar: lembre-se que $x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$

Importante: para verificar se o trinômio dado é quadrado perfeito basta que tire a raiz quadrada do 1º e do 3º termo e multiplique estes resultados. Se o dobro desse produto coincidir com o segundo termo, o trinômio é quadrado perfeito. Caso contrário, o trinômio não pode ser fatorado usando este caso, e sim um outro método que aprenderemos ao estudar as equações do segundo grau .

MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 12

Exemplo: Fatore a expressão $4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x+3y)^2$

Ao extrairmos a raiz de $4x^2$ e $9y^2$ teremos $2x$ e $3y$, respectivamente .E também, teremos para o segundo termo $2 \cdot (2x \cdot 3y) = 12xy$

4º Caso: Trinômio do 2º grau

Característica: usa-se quando o trinômio dado não for quadrado perfeito

Como fatorar: emprega-se a fórmula $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ onde x_1, x_2 são raízes do trinômio dado

Exemplo: Fatore $2x^2 + 5x - 3$

$$a = 2, b = 5 \text{ e } c = -3$$

Para calcular as raízes basta fazer Báskara

$$\Delta = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \text{ e } x_2 = -3$$

$$\text{Com isso, temos } 2x^2 + 5x - 3 = 2(x - \frac{1}{2})(x+3)$$

5º Caso: Diferença de dois quadrados

Característica: a expressão dada pode ser reduzida na forma $x^2 - y^2$

Como fatorar: use o inverso do produto notável

Exemplo: Fatore o polinômio $16 - x^2 = (4+x)(4-x)$

6º Caso: Soma de dois cubos

Característica: a expressão é redutível à forma $a^3 + b^3$

Como fatorar: use a fórmula $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Exemplo: Fatore $x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$

7º Caso: Diferença de dois cubos

Característica: a expressão é redutível à forma $a^3 - b^3$

Como fatorar: Use a fórmula $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Exemplo: Fatore $x^3 - 1 = x^3 - 1^3 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Exercícios

1) (UNIFOR) A expressão $(x - 1)^2 + (x - 1)^3$ é equivalente a:

a) $x^3 + 2x^2 + 1$ b) $x^3 - 2x^2 + x$ c) $(x - 1)^5$ d) $x^3 + x^2 - 2x$

2) Qual é a forma fatorada do produto entre os polinômios $x^2 + 14x + 49$ e $x^2 - 14x + 49$?

a) $(x + 7)^2 \cdot (x - 7)^2$ b) $(x^2 + 14x + 49) \cdot (x^2 - 14x + 49)$

c) $(x + 7) \cdot (x - 7)^2$ d) $(x + 7)^2 \cdot x - 7^2$ e) $x + 7^2 \cdot (x - 7)^2$

3) (UFMG) Fatorando-se a expressão $x^4 - y^4 + 2x^3y - 2xy^3$, obtém-se: a) $(x + y)^2(x - y)^2$ b) $(x + y)(x - y)^3$ c) $(x^2 + y^2)(x - y)^2$

d) $(x + y)^4$ e) $(x + y)^3(x - y)$

4) (PUC) Sendo $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + ax + b)$ para todo x real, os valores de a e b são, respectivamente: a) -1 e -1 b) 0 e 0 c) 1 e 1 d) **1 e -1** e) -1 e 1

5) Qual é a forma fatorada do produto entre os polinômios $x^2 + 14x + 49$ e $x^2 - 14x + 49$?

a) **$(x + 7)^2 \cdot (x - 7)^2$**

b) $(x^2 + 14x + 49) \cdot (x^2 - 14x + 49)$

c) $(x + 7) \cdot (x - 7)^2$

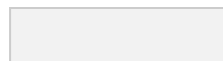
d) $(x + 7)^2 \cdot x - 7^2$

e) $x + 7^2 \cdot (x - 7)^2$

Equação do 1º Grau

As equações de 1º grau são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma $a \cdot x + b = 0$. O valor desconhecido é chamado de incógnita, que significa termo a determinar.

Exemplo:



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 13

1) Qual o valor da incógnita x que torna a igualdade $8 \cdot x - 3 = 5$ verdadeira? Repare que para determinarmos o valor de x , é preciso que isolemos esta incógnita. Observe: $8 \cdot x - 3 = 5 \Rightarrow 8 \cdot x - 3 + 3 = 5 + 3 \Rightarrow 8 \cdot x + 0 = 8$ (0 é o elemento neutro da adição)

$$8 \cdot x = 8 \Rightarrow 8 \cdot x : 8 = 8 : 8 \Rightarrow x = 1$$

2) Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento.

Diferença de idade entre as irmãs: 8

Idade de Ana: x Idade Natália: $3 \cdot x$

$$3 \cdot x - x = 8 \Rightarrow 2 \cdot x = 8 \Rightarrow x = 4$$

Equações de 2º Grau

As equações de 2º grau são equações polinomiais cujo termo desconhecido está elevado ao quadrado. São representadas sob a forma $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ (com $a \neq 0$) onde a , b , c são chamados coeficientes da equação.

Resolver uma equação do 2º grau significa buscar valores reais de x que tornam a equação verdadeira. Esses valores são denominados **raízes da equação**. Uma equação do 2º grau possui no máximo duas raízes.

Fórmula de Báskara

Usamos a fórmula de **Báskara**, apresentada abaixo, para encontrar as raízes da equação de 2º grau.



$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- A letra grega Δ (delta) é chamada discriminante da equação, pois de acordo com o seu valor é possível saber o **número de raízes reais** que a equação do 2º grau terá.

- Se $\Delta = 0$, duas raízes reais e iguais (ou somente uma raiz real);
- Se $\Delta > 0$, duas raízes reais distintas;
- Se $\Delta < 0$, nenhuma raiz real.

Exemplo:

$$1) x^2 - x - 20 = 0 \quad (a = 1, b = -1, c = -20)$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) \Rightarrow \Delta = 1 + 80 \Rightarrow \Delta = 81$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm 9}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1 + 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{10}{2} = 5 \text{ ou } x_2 = \frac{1 - 9}{2}$$

$$x_2 = \frac{-8}{2} = -4$$

Produto e soma das raízes uma equação quadrática

O produto e a soma das raízes da equação de 2º grau são dados pelas fórmulas abaixo.

$$\text{Produto (P)} = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{Soma (S)} = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

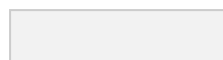
Exemplo:

$$1) x^2 - 3x - 4 = 0 \quad (a = 1, b = -3, c = -4)$$

$$P = \frac{-4}{1} = -4 \quad S = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

Equações completas e incompletas

As equações de 2º grau completas são aquelas em que todos os coeficientes a, b, e c são diferentes de zero. As incompletas, são aquelas em que b = 0 ou c = 0 ou b = c = 0.



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 14

Exemplos:

$$1) 3x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (a = 3, b = 4, c = 1 \Rightarrow \text{completa})$$

$$2) 9x^2 - 5x = 0 \quad (a = 9, b = -5, c = 0 \Rightarrow \text{incompleta})$$

Exercícios: (Grupo A)

1) Resolver as equações a seguir:

$$a) x + 2 = -5 \quad b) 3x + 1 = 9 - 5x \quad c) 3(x + 4) = 4$$

2) Identifique os coeficientes de cada equação, diga se ela é completa ou incompleta. Em seguida, determine as raízes das equações:

$$a) x^2 - 3x - 4 = 0 \quad b) 5x^2 + 55 = 0 \quad c) x^2 - 6x = 0$$

3) Existem três números inteiros consecutivos com soma igual a 393. Que números são esses?

4) Determine um número real "a" para que as expressões $(3a + 6)/8$ e $(2a + 10)/6$ sejam iguais.

5) Dentre os números -2, 0, 1, 4, quais deles são raízes da equação $x^2 - 2x - 8 = 0$?

6) O número -3 é a raiz da equação $x^2 - 7x - 2c = 0$. Nessas condições, determine o valor do coeficiente c.

7) (ENEM 2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será

feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.

Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre

- a) 4,0 m e 5,0 m.
- b) 5,0 m e 6,0 m.
- c) 6,0 m e 7,0 m.
- d) 7,0 m e 8,0 m.
- e) 8,0 m e 9,0 m.

8) (ENEM 2015) Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R\$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p , o seu preço em reais.

A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda deste produto. $q = 400 - 100p$

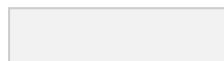
O preço p , em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

- a) R\$ 0,50 $\leq p <$ R\$ 1,50
- b) R\$ 1,50 $\leq p <$ R\$ 2,50
- c) R\$ 2,50 $\leq p <$ R\$ 3,50
- d) R\$ 3,50 $\leq p <$ R\$ 4,50
- e) R\$ 4,50 $\leq p <$ R\$ 5,50

Inequações do 1º Grau do 2º Grau

Denominamos inequação toda sentença matemática aberta expressa por uma desigualdade: $>$ (maior que), $<$ (menor que), $\geq$ (maior ou igual à), $\leq$ (menor ou igual à). Para resolver uma inequação, podemos fazer da mesma forma que fazemos nas equações. Contudo, devemos ter cuidado quando a incógnita ficar negativa. Nesse caso, devemos multiplicar por (-1) e inverter a símbolo da desigualdade, para que ela continue verdadeira.

Inequação 1º Grau



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 15

Uma inequação é do 1º grau quando o maior expoente da incógnita é igual a 1.

Exemplos:

$$1) 2x - 7 \geq 0 \Rightarrow 2x - 6 + 6 \geq 0 + 6 \Rightarrow 2x + 0 \geq 6 \Rightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow 2x : 2 \geq 6 : 2 \Rightarrow x \geq 3$$

$$2) 15 - 7x \geq 2x - 30 \Rightarrow -7x - 2x \geq -30 - 15 \Rightarrow -9x \geq -45 \times (-1) \Rightarrow 9x \leq 45 \Rightarrow x \leq$$

$$\frac{45}{9} \Rightarrow x \leq 5$$

Inequação 2º Grau

Uma inequação é do 2º grau quando o maior expoente da incógnita é igual a 2.

Exemplo:

$$1) x^2 - 4x - 4 < 0$$

Resolva como uma equação do 2º grau: $x^2 - 4x - 4 = 0$. A partir disso, obtemos as raízes $x_1 = 3$ e $x_2 = -2$. Fazemos o estudo de sinal do gráfico, como $a = 1 > 0$, a concavidade do gráfico é para cima.

Como queremos valores de x para que a equação seja negativa, então a solução é: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$

$$2 < x < 3\}$$

Exercícios: (Grupo B)

1) Resolva as seguintes inequações e dê o conjunto solução de cada uma delas:

a) $2x + 1 \leq x + 6$ b) 2

e) $x^2 + x - 20 \leq 0$ f)

$-3x \geq x + 14$ c) $2(x +$

$(x + 4)(x - 4) < 0$ g)

$3) > 3 (1 - x)$ d) $[1 -$

$-x^2 + 25 \geq 0$

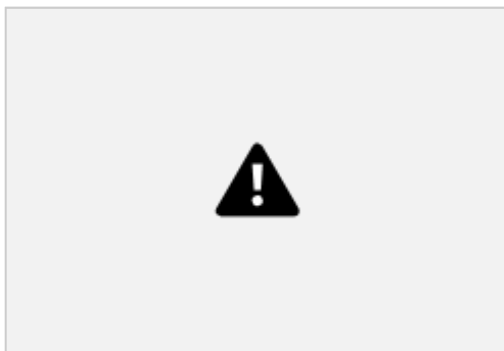
$2(x - 1)] < 2$

2) (UERJ - 2020) Um número P, inteiro e positivo, que satisfaz a inequação $P^2 - 17P + 16 > 0$ é: a)

2 b) 7 c) 16 d) 17 e) 10

3) (ENEM - 2011) Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT.

O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$. Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo? a) 0 b) 1 c) 3 d) 4 e) 5



Respostas Exercícios Grupo A

1) a) -7 b) 1 c) $-8/3$ 2) a)

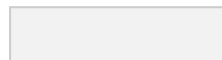
a = 1, b = -3, c = -4

Completa

Raízes: $x_1 = 4$ e $x_2 = -1$ b) a

= 5, b = 0, c = 55

Incompleta



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 16

Raízes: $x_1 = +\sqrt{11}$ e $x_2 = -\sqrt{11}$ c) a

= 1, b = -6, c = 0

Incompleta

Raízes: $x_1 = 0$ e $x_2 = 6$ 3) 130, 131, 132

Respostas Exercícios Grupo B

4) a = 22 5) - 2 e 4 6) c = 15 7)

Letra d

8) Letra a

1) a) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 5\}$ b) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 3\}$ c) $S = \{x \in \mathbb{R} / x > -\frac{3}{5}\}$ d) $S = \{x \in \mathbb{R} / x > \frac{1}{2}\}$ e) $S = \{x \in \mathbb{R} / -5 \leq x \leq 4\}$ f) $S = \{x \in \mathbb{R} / -4 < x < 4\}$ g) $S = \{x \in \mathbb{R} / 5 \leq x \leq 5\}$

2) c 3) d

ÂNGULOS

Denominamos ângulo a abertura formada por duas semirretas que possuem a mesma origem.



A unidade usual de medida de ângulo é o grau (representado por $^\circ$). O grau possui dois submúltiplos: o minuto (representado por $'$) e o segundo (representado por $''$). Ex.: $22^\circ 12' 18''$ (22 graus, 12 minutos e 18 segundos).

Atenção: $1^\circ = 60'$ e $1' = 60''$

Conforme as suas medidas, os ângulos são classificados em agudo, reto, obtuso e raso.

Agudo

O ângulo agudo mede menos do que 90° . **Reto**

O ângulo reto mede $90^\circ (= 90^\circ)$.



Obtuso

O ângulo obtuso mede mais do que 90° .

Raso

O ângulo raso, também conhecido como meia volta, mede $180^\circ (= 180^\circ)$.

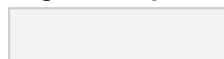


Ângulos Complementares

Ângulos complementares: a soma é 90° .



Ângulos Suplementares



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 17



Ângulos suplementares: a soma é 180° .

adição e subtração com medidas de ângulos:

Dado os ângulos $\hat{A} = 6^\circ 25' 36''$ e $B = 4^\circ 40' 30''$, calcule: $A + B$ e $A - B$.

1) Exercício: efetuar as operações indicadas. Atenção às conversões!

a) $20^\circ 15' 32'' + 4^\circ 28' 45'' =$ b) $12^\circ 32'' + 40^\circ 27' 15'' =$ c) $10^\circ 12' - 4^\circ 8' 24'' =$ d) $46^\circ 12'' - 28^\circ 15' 6'' =$ 2) Qual o complemento de um ângulo de $29^\circ 13' 42''$?

3) Qual o suplemento de um ângulo de $93^\circ 43' 39''$?

Operação de

Respostas

1) a) $24^{\circ} 44' 17''$ b) $52^{\circ} 27' 4''$ c) $6^{\circ} 3' 36''$ d) $17^{\circ} 45' 6''$ 2) $60^{\circ} 46' 8''$ 3) $86^{\circ} 16' 21''$

Operação de multiplicação e de divisão de medida de ângulo por um nº natural

Seja $\hat{A} = 6^{\circ} 25' 36''$. Determine o dobro de A e depois determine a terça parte de A.

4) **Exercício:** efetuar as operações indicadas. Atenção às conversões!

a) $23^{\circ} 20' 13'' \times 4 =$ b) $42^{\circ} 12' 14'' : 5 =$ c) $35^{\circ} 12' 42'' \times 5 =$ d) $42^{\circ} 18' 21'' : 3 =$ **Respostas:** 4) a)

$93^{\circ} 20' 52''$ b) $8^{\circ} 26' 26''$ c) $176^{\circ} 3' 30''$ d) $14^{\circ} 6' 7''$

Razão

Definimos como razão o quociente da divisão entre dois números racionais ou a relação existente entre dois valores com a mesma grandeza – número que indica quantidade, ordem ou medida. Uma razão é expressa como: $a:b$ ou a/b ou a está para b

Na razão, a e b são denominados de termos, onde " a " é o termo antecedente e " b " o termo consequente. Essa é a mesma estrutura das frações, em que o numerador denota o termo antecedente e o denominador o termo consequente.

Contudo a leitura de frações e razões é feita de modo diferente. Observe que $\frac{3}{4}$, como uma fração deve ser lida como "três quartos", já para uma razão a leitura correta é "três está para quatro".

Observe o exemplo abaixo:

Em uma sala de aula do ensino fundamental existem 30 estudantes, dos quais 12 são meninos e 18 são meninas. A razão entre eles é:

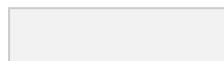
$12/18 = 2/3$, ou seja, para cada dois meninos existem três meninas.

Veja mais um exemplo:

$240/400 = 60/100 = 0,6$ ou 60%

Nesse último caso, o denominador é igual a 100, isso indica uma fração do tipo porcentagem, também chamada de razão centesimal.

Proporção



MATEMÁTICA / CADERNO 0 - 18

Quando duas ou mais razões possuem o mesmo resultado, elas são denominadas de proporção. Deste modo, a proporção está condicionada à razão entre a e b que é igual à razão entre c e d , expressa como:

- $a:b = c:d$
- $a/b = c/d$
- a está para b , assim como c está para d

a e d são nomeados de extremos, enquanto b e c são chamados de meio.

A proporção ainda possui algumas propriedades:

1) O produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

$a/b = c/d$, logo $a.d = b.c$

2) É possível mudar os extremos de posição e a proporção ainda continuará verdadeira:

$a/b = c/d$ é equivalente a $d/b = c/a$

3) É possível mudar os meios de posição e a proporção ainda continuará verdadeira:

$$a/b = b/c = a/b$$

4) É possível inverter as duas razões ou trocá-las de posição e a proporção continuará verdadeira:

$$a/b = c/d \rightarrow b/a = d/c \rightarrow a/c = b/d \rightarrow d/b = c/a$$

Questão 1. (ENEM/2012)

Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R\$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é

- a) 153. b) 460. c) 1 218. d) 1 380. e) 3 066.

Questão 2. (ENEM/2009)

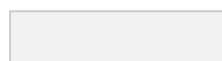
Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodiesel ao óleo diesel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodiesel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodiesel, bem como possibilita a redução da importação de diesel de petróleo.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>.

Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodiesel ao diesel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodiesel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final diesel/biodiesel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodiesel com a adição de 3%?

- a) 27,75 milhões de litros.
b) 37,00 milhões de litros.
c) 231,25 milhões de litros.
d) 693,75 milhões de litros.
e) 888,00 milhões de litros.



HISTÓRIA / CADERNO 0 - 19

Gabarito: 1) d 2) d

Medidas

Unidades de medida são grandezas que compõem o sistema métrico decimal. Hoje, vamos rever algumas das unidades de medida mais importantes para resolver problemas matemáticos. Além disso, vamos mostrar as conversões e, ainda, vamos resolver alguns exercícios para facilitar o entendimento por parte do aluno.



Comprimento

O sistema métrico de medida de comprimento (distância) tem o metro(m) como unidade padrão de medida.

Múltiplos:

Decâmetro (dam): 10x o metro

Hectômetro (hm): 10^2 o metro

Quilômetro (km): 10^3 o metro

Submúltiplos:

Decímetro (dm): 10^{-1} o metro

Centímetro (cm): 10^{-2} o metro

Milímetro (mm): 10^{-3} o metro

Curiosidades:

→ Em outros países, como os EUA, existem outras unidades de comprimento como o pé (que equivale a 30,48cm), a polegada (2,54cm) e a jarda (91,44cm).

Observe a tabela abaixo que demonstra como se faz para transformar a medida de uma unidade para outra.



→ Perceba pela imagem que para uma conversão para a direita é o mesmo que multiplicar por 10.

→ Enquanto que para a esquerda é dividir por 10.

Dessa forma, podemos entender que para multiplicar por 10 basta deslocar a vírgula para a direita uma vez, que é a quantidade de zeros. Já para dividir basta deslocar a vírgula para a esquerda uma vez, a quantidade de zeros.

Então se quisermos converter **metro (m)** em **milímetro (mm)**, multiplicamos por **1000 ($10 \times 10 \times 10$)**, que é o mesmo que deslocar a vírgula três casas à direita. 1 metro tem 1000 milímetros. Se quisermos converter **metros (m)** em **quilômetros (km)**, temos que dividir por 1000 ($10 \div 10 \div 10$), que é o mesmo que deslocar a vírgula três casas à esquerda. 1 metro equivale a 0,001 km.

Exemplos:

a) 0,4587 km para metro = $0,4587 \times 1000 = 458,7$ m

b) 158738 mm para metro = $158738 / 1000 = 158,738$ m

Massa

A unidade de medida da massa é simbolizada pela letra “g”, de grama. No SI (Sistema Internacional de Medidas) há também o “kg”, quilograma.

**** Lembrando que 1 tonelada equivale a 1000kg.**

Decigrama (dg): 1 grama é 10dg

Centigrama (cg): 1 grama é 100cg

Miligrama (mg): 1 grama é 1000mg

Decagrama (dag): 1dag equivale a 10g

Hectograma (hg): 1hg equivale a 100g
Quilograma (kg): 1kg equivale a 1000g

Capacidade

A capacidade pode ser reconhecida como a quantidade de determinado produto líquido, por exemplo. A representação da unidade de medida da capacidade é o litro, simbolizado pela letra “l”.

Múltiplos:

Quilolitro (kl): equivale a 1000l

Hectolitro (hl): equivale a 100l

Decalitro (dal): equivale a 10l

Submúltiplos:

Decilitro (dl): 1l equivale a 10dl

Centilitro (cl): 1l equivale a 100cl

Mililitro (ml): 1l equivale a 1000ml

Área

O conceito de área é mais complexo, pois não é mantido um padrão, já que diversas formas geométricas têm os seus próprios cálculos.

→Definição

A área é a delimitação interna de um polígono. Geralmente, área é mais utilizada do que o perímetro, justamente para medir terrenos.

A seguir, temos alguns cálculos de áreas mais comuns, exemplificados:

Retângulo: base x altura. Se o retângulo tiver 5 cm de altura e 10 de base, a sua área será de 50.

Quadrado: lado x lado. Como o quadrado tem todos os lados iguais e se tiver 5 cm cada lado, a sua área será a multiplicação, isto é, 25 cm.

Triângulo: base x altura/2. O triângulo nada mais é do que a metade de um retângulo, logo, se sua base for de 6 cm e altura de 4 cm, a sua área será de 12 cm.

Losango: Diagonal Maior x Diagonal menor. Para a área do losango, deve-se multiplicar a sua diagonal maior, de 7 cm, pela sua diagonal menor, de 5 cm, por exemplo. Sua área seria de 35 cm.

Círculo: $(\pi) \times r^2$. A área do círculo é achada ao dividi-lo em partes iguais, até formar triângulos. Se o raio do círculo for 10 cm e π é considerado 3,14, a área seria de 314 cm.

Volume

O metro cúbico, representado por m^3 , é a medida padrão de volume. Uma curiosidade interessante é que o m^3 é derivado do metro. Também há múltiplos e submúltiplos:

Múltiplos:

Quilômetro cúbico (km^3): equivale a 1.000.000.000 m^3

Hectômetro Cúbico (hm^3): equivale a 1.000.000 m^3

Decâmetro Cúbico (dam^3): equivale a 1.000 m^3

Submúltiplos:

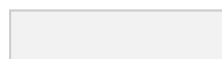
Decímetro Cúbico (dm^3): equivale a 0,001 m^3

Centímetro Cúbico (cm^3): equivale a 0,000001 m^3

Milímetro Cúbico (mm^3): equivale a 0,000000001 m^3

Tempo

O tempo é medido no mundo inteiro com a mesma “medição”:





As suas relações são:

1 min: 60 segundos

1h: 60 min: 3.600 segundos

Exemplos:

- 1) Converter 3 horas para segundos $3 \times 60 \times 60 = 10800$ segundos
- 2) Converter 3 horas para minutos $3 \times 60 = 180$ minutos
- 3) Converter 3600 segundos para horas $10800 \div 60 \div 60 = 3$ horas
- 4) Converter 180 minutos para horas $180 \div 60 = 3$ horas
- 5) Converter 10800 segundos para minutos $10800 \div 60 = 180$ minutos
- 6) Converter 180 minutos para segundos $180 \times 60 = 10800$ segundos

Exercícios:

1) Um aluno de Ensino Médio vai até o açougue, a pedido de seus pais, comprar 5 kg de carne para um churrasco em sua casa. Além da carne, ele compra 8 litros de refrigerante para oferecer aos convidados. Qual das alternativas a seguir possui os valores da quantidade de carne e de refrigerante, respectivamente, nas unidades tonelada (t) e mililitro (mL)?

- a) 0,005 t e 0,008 mL b) 5000 t e 0,008 mL c) 0,005 t e 8000 mL d) 5000 t e 8000 mL e) 0,005 t e 0,8 mL

Resposta: alternativa ' C ' $\rightarrow x = 0,005$ t e $x = 8000$ mL

REFERÊNCIAS:

ANDRADE, Antonio; JACONIANO, Emanuel; CAMELIER, Ricardo. **Razão e Proporção**. Disponível em: <http://educacao.globo.com/matematica/assunto/matematica-basica/razao-e-proporcao.html>. Acessado em: 04 mar. 2020.

APOSTILAS OPÇÃO. Disponível em: <https://centraldefavoritos.com.br/2018/06/05/fracoes-e-operacoes-com-fracoes/>. Acessado em: 04 mar. 2020.

"**Exercícios de Equações do 2º Grau**" em Só Matemática. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Consultado em 04/03/2020 às 10:16. Disponível na Internet em <https://www.somatematica.com.br/soexercicios/equacoes2.php>.

GOUVEIA, Rosimar. **Notação Científica**. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/notacao-cientifica/>. Acessado em: 04 mar. 2020.

GUEDES, Franciely Jesus. "**Racionalização de denominadores**". Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/racionalizacao-denominadores.htm>. Acesso em: 01 mar. 2020.

NOVAES, Jean Carlos. **Equação do 2º grau**. Disponível em: <https://matematicabasica.net/equacao-do-2-grau-segundo-grau/>. Acessado em: 04 mar. 2020.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "**Operações entre Números Inteiros**". Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/operacoes-entre-numeros-inteiros.htm>. Acesso em: 01 mar. 2020.

